XIII CONFERENZA

STATO O MERCATO?
Intervento pubblico e architettura dei mercati
Pavia, Università, 5 - 6 ottobre 2001

S. MANCINELLI - A. MICELI

COOPERATIVE: CONDIZIONI DI "NO FREE-RIDING" IN RELAZIONE ALLA TECNOLOGIA

pubblicazione internet realizzata con contributo della COMPAGNIA di San Paolo

Società italiana di economia pubblica

Dipartimento di economia pubblica e territoriale – Università di Pavia

Cooperative: condizioni di *"no free-riding"* in relazione alla tecnologia

S. Mancinelli*
Facoltà di Economia
Università di Ferrara

M. A. Miceli†
Dip. di Economia Pubblica
Università di Roma "La Sapienza"

September 14, 2001

Abstract

Obiettivo del paper è studiare le condizioni di esistenza e di *no-free-riding* di un accordo cooperativo, in relazione alla tecnologia espressa in termini di rendimenti di scala.

Nella situazione di rendimenti decrescenti e di rendimenti dominati dalla concavità della funzione di utilità o dalla convessità della funzione di costo (problema convesso), si ha il risultato tradizionale per il quale lo sforzo ottimo richiesto dalla soluzione centralizzata è maggiore dello sforzo ottimo della soluzione decentralizzata. La crescita più che proporzionale del costo marginale rende comunque il beneficio marginale netto singolo del caso centralizzato inferiore al caso decentralizzato. In rendimenti di scala molto crescenti la situazione è completamente ribaltata. Poiché la soluzione di ottimo è illimitata, e la funzione di beneficio marginale netto singolo cresce più che linearmente rispetto allo sforzo, il beneficio marginale netto è maggiore nella soluzione centralizzata, definita per uno sforzo maggiore, che nella soluzione decentralizzata. Dunque la soluzione "cooperativa" diventa anche un equilibrio di Nash.

*e-mail: mancinelli@economia.unife.it
†e-mail: miceli@dep.eco.uniroma1.it

1 Introduzione

Viene definita "cooperativa" un contratto tale per cui la remunerazione è pari alla suddivisione del prodotto totale fra i soci. Implicita nel contratto è la nozione di esternalità positiva, poiché a fronte di un'unità di sforzo aggiuntiva del singolo, l'individuo genera ricavi aggiuntivi di cui percepisce solo una parte. L'eguaglianza fra costo marginale e ricavo marginale individuali cade, il contratto è inefficiente ed induce il suo fallimento.

Un accordo cooperativo stabile presuppone due condizioni. La prima condizione è che il beneficio netto derivante dal lavorare in una cooperativa sia maggiore del beneficio netto proveniente dal lavorare in autarchìa o come dipendenti, ovvero che la produttività media dell'individuo in cooperativa sia maggiore della produttività singola. Il risultato noto in letteratura è che tale condizione non sia verificata. La ragione è legata alle funzioni di produzione convesse (a rendimenti di scala non crescenti) utilizzate. E' evidente che in rendimenti decrescenti produrre ad una scala bassa risulta più conveniente che produrre ad una scala maggiore. Tuttavia le cooperative esistono. Ci chiediamo, a questo punto, come mai. Si possono addurre almeno due ragioni. Da un lato, sicuramente le cooperative presentano un vantaggio istituzionale: nella generalità dei casi non presentano conflitto d'interessi e pertanto l'obiettivo comune è la massimizzazione di esso. Normalmente nessun socio ha il ruolo del "capitalista", che massimizza il residuo "prodotto meno remunerazioni": infatti la somma delle remunerazioni coincide con il prodotto. D'altro lato, in caso di rendimenti di scala crescenti, produrre ad una scala più elevata risulta più vantaggioso che produrre ad una scala bassa.

La seconda condizione è che una volta accettato il contratto non sia vantaggioso effettuare "*free-riding*". Il risultato classico a tale proposito è che in ogni accordo cooperativo vi sia un incentivo ad effettuare *free-riding* (barare), perché in condizioni di non verificabilità dell'impegno individuale, è sempre vantaggioso ottenere una quota del prodotto non effettuando sforzo. Ipotizzando uno sforzo anche minimo, ma positivo, è possibile determinare una condizione sufficiente sulla tecnologia, data la funzione di utilità e il numero dei partecipanti, tale da impedire il vantaggio da *free-riding*.

Ci chiediamo, dunque, se una tecnologia a rendimenti di scala crescenti, valorizzando il lavoro congiunto, non annulli il problema del *free-riding*, e se questa possa essere una ragione sufficiente anche in assenza di costrizione.

In questo lavoro ci proponiamo quindi di verificare le condizioni sufficienti nella tecnologia, affinché:

- convenga aderire alla cooperativa, piuttosto che produrre in autarchia;
- una volta soci di una cooperativa, non convenga effettuare *free-riding*.

Tali condizioni saranno verificate nelle tecnologie a rendimenti decrescenti e crescenti.

Il risultato classico di "non cooperazione" come esito d'equilibrio (eq. di Nash) è verificato in contesto di rendimenti decrescenti. In questo lavoro ci chiediamo se, variando le ipotesi sui rendimenti di scala, siamo in grado di ottenere l'esito cooperativo, come esito d'equilibrio (eq. di Nash). In particolare ci chiediamo anche se cooperare possa essere la miglior risposta dell'individuo alla cooperazione degli altri, e se, risultato più forte, cooperare possa risultare la miglior reazione anche in risposta alla non-cooperazione degli altri.

Nel paragrafo 2 è descritto il modello. Vengono elencate le ipotesi ed illustrate le definizioni adottate nel lavoro. Nel paragrafo 3 vengono investigate le condizioni necessarie affinché non esista *free-riding* all'interno della cooperativa. Dal paragrafo 4 al paragrafo 7 vengono analizzate le soluzioni del problema centralizzato e decentralizzato, e descritte graficamente, secondo i diversi casi dovuti alle differenti ipotesi sui rendimenti di scala. Il paragrafo 8 studia l'andamento della soluzione centralizzata e decentralizzata in termini di sforzo ottimo in funzione dei rendimenti di scala e del numero dei partecipanti. Vengono infine presentate le considerazioni conclusive.

2 Descrizione del modello

Il presente paragrafo è dedicato alla descrizione delle ipotesi e delle definizioni adottate nel lavoro.

1. Nella cooperativa vi sono I lavoratori, che offrono ciascuno lo sforzo e_i, per $i = 1, ..., I$; dove:

   $$e_i \in \left(0, \overline{e}_i\right).$$

   Ciascun individuo ha una massima dotazione di sforzo, $\overline{e}$. E' esclusa la possibilità di effettuare lo sforzo nullo.

2. Gli agenti sono simmetrici.

3. (Tecnologia) la funzione di produzione è:

   $$y = y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)$$

   dove il solo input è costituito dallo sforzo degli agenti.

4. Il salario di ciascun lavoratore, data l'ipotesi di agenti simmetrici, è:

   $$w_i = \frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}$$

   In una cooperativa, infatti, non sussiste più l'idea di un principale che massimizza il residuo, bensì l'obiettivo è la massimizzazione del prodotto che viene poi spartito tra tutti i soci.

5. Ogni lavoratore ha una funzione di utilità $U^i\left(w_i, e_i\right) = u^i\left(w_i\right) - c\left(e_i\right)$ concava nel salario e convessa nello sforzo:

   $u^i_{w_i} > 0, u^i_{w_i w_i} \square\ 0, \quad c^i_{e_i} > 0, c^i_{e_i e_i} \geq 0.$

6. Poiché la remunerazione di ciascuno dei soci della cooperativa è data dal prodotto medio, lo sforzo di ognuno (che contribuisce a realizzare un certo livello del prodotto) ha effetto sulla remunerazione di tutti gli altri soci. Quindi, lo sforzo di ciascun socio rappresenta un'esternalità positiva.

Definizione 1 *Esternalità dello sforzo:*

$$\frac{\partial u_j}{\partial y}\frac{\partial y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{\partial e_i} > 0 \quad \forall i, \quad \forall j.$$

7. Non esiste disturbo stocastico sull'output, ovvero la variazione dell'output può essere causata soltanto da variazione dell'input. Dunque:
   - $\exists$ informazione **completa**, se lo sforzo e è osservabile,
   - $\exists$ informazione **incompleta**, se lo sforzo e **non** è osservabile.
8. Compariamo 3 possibili strategie:
   - autarchia,
   - cooperativa:
     - cooperazione, in seguito ad ogni risposta degli altri,
     - deviazione, in seguito ad ogni risposta degli altri.

Esistono inoltre due ordini di problemi:

1. Quando un individuo accetta un accordo di cooperazione?

   Un individuo coopera se:

   a. l'utilità che percepisce da un accordo cooperativo è maggiore dell'utilità che riceverebbe accettando proposte alternative (utilità di riserva, U_R); ovvero quando

   $$u_i\,(coop) \succeq u_{iR}$$

   Formalmente:

   Definizione 2 ***Vincolo di partecipazione (VP):***

   $$u_i\left[\frac{y(\sum_{i=1}^{I} e_i)}{I}\right] - c_i\,(e_i) \geq u_{iR}$$

   b. ciò che può fare da solo gli fornisce un'utilità inferiore; ovvero quando

   $$u_i\,(coop) \succeq u_i\,(autarchia)$$

   Formalmente:

   Definizione 3 ***Vincolo di cooperazione (VC):***

   $$u_i\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}\right] - c_i\,(e_i) \geq u_i\,[y\,(e_i)] - c_i\,(e_i)\,.$$

Si noti che il vincolo di cooperazione non è mai verificato in ipotesi di rendimenti di scala decrescenti. Infatti, sotto tale ipotesi, il prodotto medio, $\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}$ (che costituisce il guadagno di ciascun individuo all'interno della cooperativa), è decrescente. Al contrario, il prodotto di cui si appropria l'individuo lavorando in autarchia, $y(e_i)$, è una funzione concava crescente. Si potrebbe, pertanto, concludere che, in ipotesi di rendimenti di scala decrescenti, all'individuo non conviene accettare un accordo di cooperazione. Tuttavia, nella nostra analisi continueremo a trattare, per motivi di completezza e di confronto, anche il caso di rendimenti di scala decrescenti. E' come se ci domandassimo cosa accade ai soci della cooperativa se, in ipotesi di rendimenti di scala decrescenti fossero "obbligati" ad accettare l'accordo di cooperazione.

2. Quando un individuo, una volta accettato l'accordo di cooperazione, si comporta da *free rider*?

   Un individuo, avendo accettato un accordo di cooperazione, devia, se il vantaggio netto dalla deviazione (che presuppone dei costi più bassi in termini di sforzo) è maggiore del vantaggio netto dalla cooperazione, ovvero quando

$$u_i\left(coop \mid altri - coop\right) \precsim u_i\left(no - coop \mid altri - coop\right)$$

Definizione 4 ***Vincolo di no-free-riding (VNFR).***
Nel discreto:

$$u_i\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}\right] - c_i\left(e_i\right) \geq u_i\left[\frac{y\left(\sum_{j\neq i} e_j + e_i^d\right)}{I}\right] - c_i\left(e_i^d\right)$$

Nel continuo:

$$\frac{\partial u_i}{\partial e_i}\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}\right] - c'\left(e_i\right) \geq 0$$

Il vincolo di *no-free-riding* è un vincolo di incentivo e, nel continuo, assume la forma della condizione del primo ordine.

3 Condizioni necessarie affinché non esista *free-riding*

Ci si propone, ora, di verificare quali sono le condizioni, in termini di rendimenti di scala della funzione di produzione, affinchè la strategia ottima dell'individuo che lavora in una cooperativa sia quella collusiva, anche in assenza di monitoraggio.

Analizziamo dapprima il caso in cui il comportamento degli altri individui sia cooperativo e, poi il caso in cui il comportamento degli altri individui sia da free-rider.

3.1 Miglior risposta a cooperazione degli altri

In presenza di un comportamento collusivo degli altri individui cerchiamo le condizioni affinché $\left\{e_i^{CL} \mid e_{-i}^{CL}\right\}$ sia la strategia ottima.

Riprendiamo il vincolo di *no-free-riding* nel discreto:

$$u_i\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i^*\right)}{I}\right]-c_i\left(e_i^*\right)\geq u_i\left[\frac{y\left(\sum_{j\neq i} e_j^*+e_i^d\right)}{I}\right]-c_i\left(e_i^d\right)$$

se poniamo $Y^*=y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i^*\right)$ e $Y^D=y\left(\sum_{j\neq i} e_j^*+e_i^d\right)$, l'equazione precedente può essere riscritta nel seguente modo:

$$\begin{array}{rcl} u_i\left[\frac{Y^*}{I}\right]-u_i\left[\frac{Y^D}{I}\right] & \geq & c_i\left(e_i^*\right)-c_i\left(e_i^d\right) \\ \triangle\ \ vantaggio & \geq & \triangle\, costo\ \ dello\ \ sforzo \end{array}$$

ovvero, la variazione del vantaggio che l'individuo percepisce da un comportamento collusivo rispetto a uno deviante deve essere maggiore o uguale della variazione in termini di costi dello sforzo che deve sostenere.

Nel continuo, la relazione di sopra può essere espressa nel modo seguente:

$$\frac{\partial u_i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)\bigg|_{E^D}\geq\frac{\partial c\left(e_i\right)}{\partial e_i}\bigg|_{E^D} \tag{1}$$

dove le derivate sono calcolate nel punto di deviazione. La condizione sulla tecnologia è:

$$\frac{\partial Y}{\partial e_i}\geq\frac{\frac{\partial c(e_i)}{\partial e_i}}{\frac{\partial u_i}{\partial Y}}\cdot I$$

osservazione 1 *Tale condizione NON può essere rispettata nel caso di* $e_i^d=0$. *In questo caso infatti la* (1) *diventa*

$$\frac{\partial u_i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)\bigg|_{E^D}\geq c\left(e_i^d\right)$$

ovvero

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)\Big|_{E^D}}{c\left(e_i^d\right)}\geq 1$$

Ma il denominatore è un livello, mentre il numeratore è una derivata, dunque il risultato è impossibile.

Stiamo facendo l'ipotesi, affatto irrealistica, che l'individuo, per "barare" debba almeno recarsi sul luogo di lavoro o essere in qualche modo raggiungibile!

Esempi:

1. Se $c'(e_i)=2e_i, u'(.)=1/2\sqrt{e_i}\implies\frac{\partial Y}{\partial e_i}\geq I\cdot 4e_i^{3/2}\implies Y(.)=\int I\cdot 4e_i^{3/2}de_i=\frac{8}{5}\left(\sqrt{e_i}\right)^5 I$

2. Se $c'(e_i) = c_i, u' = 1 \Longrightarrow \frac{\partial Y}{\partial e_i} \geq I \cdot c_i$.

3. Se i partecipanti fossero addirittura favorevoli al rischio, la condizione sarebbe ancora più facile da rispettare.

Alternativamente, la condizione può essere espressa in relazione al numero dei partecipanti è:

$$I \square \frac{\frac{\partial u_i}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial e_i}}{\frac{\partial c(e_i)}{\partial e_i}}$$

La condizione più facile da ottenere è che i costi siano una funzione lineare a basso coefficiente.

Affinchè non vi sia *free-riding* nella cooperativa, dunque, all'aumentare del numero dei soci e a costi marginali costanti, devono aumentare i rendimenti di scala (rendimenti sempre più crescenti all'aumentare di I).

Vogliamo ora analizzare quali sono le condizioni affinchè la strategia ottima dell'individuo che lavora in una cooperativa sia quella collusiva, in risposta ad un comportamento deviante degli altri individui. Ovvero cerchiamo le condizioni affinché $\left\{e_i^{CL} \mid e_{-i}^{NC}\right\}$ sia la strategia ottima.

3.2 Miglior risposta a deviazione degli altri

Se un altro deviasse, conviene ancora cooperare o no? Il vincolo di *no-free-riding* diventa

$$u_i \left[\frac{Y^D}{I}\right] - c_i\left(e_i^*\right) \geq u_i \left[\frac{Y^{DD}}{I}\right] - c_i\left(e_i^d\right)$$

sia il termine di destra che quello di sinistra sono minori che in precedenza, ovvero entrambi i vantaggi sono diminuiti, tuttavia il paragone resta costante

$$u_i \left[\frac{Y^D}{I}\right] - u_i \left[\frac{Y^{DD}}{I}\right] \geq c_i\left(e_i^*\right) - c_i\left(e_i^d\right)$$

ed anche la condizione necessaria

$$\frac{\partial u_i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)\bigg|_{E^{DD}} \geq \frac{\partial c\left(e_i\right)}{\partial e_i}\bigg|_{E^D} \tag{2}$$

la condizione è simile ma non uguale, è meno stringente. Per costruzione $E^* > E^D > E^{DD}$. Il punto E^{DD} è minore di E^D. Il valore della derivata nel punto E^{DD}, nell'ipotesi di concavità della funzione complessiva è maggiore, che nel punto E^D. Formalmente sottraiamo la (2) dalla (1), si ha

$$\frac{\partial u_i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)\bigg|_{E^D} - \frac{\partial u_i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)\bigg|_{E^{DD}} \geq \frac{\partial c\left(e_i^*\right)}{\partial e_i} - \frac{\partial c\left(e_i^d\right)}{\partial e_i}$$

che equivale alla derivata seconda calcolata in (2):

$$\left(u_i''y' + u'y''\right)\big|_{E^{DD}} - c''\left(e^d\right) \geq 0 \tag{3}$$

La (2) è più lasca. Se è verificata la (3) la (2) è verificata automaticamente, garantendo il *no-free-riding*.

3.3 Il contratto incentivante *non-budget-balancing*

Il noto risultato di Holmstrom (1982) dimostra che nessuna regola di sharing dell'output realizzato resiste al *free-riding*. La risposta è l'utilizzo di un contratto basato su quote predeterminate di un risultato fissato. Il contratto è del tipo:

$$s_i = \begin{cases} b_i, \text{ se } Y(\sum e_i) \geq Y^* \\ 0, \text{ se } Y(\sum e_i) < Y^* \end{cases}$$

dove $\sum_{i=1}^{I} b_i = Y^*$. Nel caso di individui asimmetrici e rendimenti decrescenti, può esistere il fatto che lo sforzo maggiore di un individuo compensi la deviazione di un altro e dunque l'eventuale punizione potrebbe non essere attivata.

Nel caso, che vedremo, di rendimenti di scala molto alti, sussite l'incentivo a dare il massimo sforzo e a produrre il massimo output, dunque la deviazione è evidente e il contratto di Holmstrom molto facilmente implementabile.

4 Equilibrio

L'analisi procederà confrontando tre stati: a) la produzione in autarchia; b) la produzione in cooperativa con comportamento collusivo dei soci; c) la produzione in cooperativa con comportamento non collusivo dei soci. L'analisi del comportamento dei soci verrà trattata dapprima come un problema centralizzato, in cui l'intera cooperativa decide lo sforzo di ciascuno dei componenti, poi nel problema decentralizzato, in cui viene trattato il comportamento del singolo come un equilibrio di Nash.

Ciascun socio della cooperativa ha a disposizione le seguenti strategie:
- autarchia $\left\{e_i^{AUT}\right\}$,
- e le quattro relative al gioco matriciale seguente

$i \backslash -i$	e_{-i}^{CL}	e_{-i}^{NC}
e_i^{CL}	$u_i\left(e_i^{CL} \mid e_{-i}^{CL}\right), u_{-1}\left(e_{-i}^{CL} \mid e_i^{CL}\right)$	$u_i\left(e_i^{CL} \mid e_{-i}^{NC}\right), u_{-1}\left(e_{-i}^{NC} \mid e_i^{CL}\right)$
e_i^{NC}	$u_i\left(e_i^{NC} \mid e_{-i}^{CL}\right), u_{-1}\left(e_{-i}^{NC} \mid e_i^{CL}\right)$	$u_i\left(e_i^{NC} \mid e_{-i}^{NC}\right), u_{-1}\left(e_{-i}^{NC} \mid e_i^{NC}\right)$

$$\left\{\left(e_i^{CL} \mid e_{-i}^{CL}\right); \left(e_i^{CL} \mid e_{-i}^{NC}\right); \left(e_i^{NC} \mid e_{-i}^{CL}\right); \left(e_i^{NC} \mid e_{-i}^{NC}\right)\right\}$$

Esistono, pertanto, cinque possibili esiti di equilibrio:

- l'equilibrio di autarchia:
$$\left\{e_i^{*AUT}, e_{-i}^{*AUT}\right\};$$
- l'equilibrio cooperativo:
$$\left\{e_i^{*CL}, e_{-i}^{*CL}\right\};$$
- l'equilibrio non cooperativo:
$$\left\{e_i^{*NC}, e_{-i}^{*NC}\right\}.$$

- $$\left\{e_i^{CL} \mid e_{-i}^{NC}\right\}, \left\{e_i^{NC} \mid e_{-i}^{CL}\right\}$$

L'equilibrio è definito da quella strategia che ottimizza il problema decentralizzato.

L'obiettivo della funzione d'utilità è definito nell'utilità del prodotto medio. Se tale obiettivo è univocamente definito, l'agente tenterà di raggiungerlo. Poiché le funzioni sono simmetriche, tutti gli agenti avranno lo stesso obiettivo. Nel caso, non possibile in ipotesi di simmetria, che il prodotto medio raggiunto dal solo sforzo degli altri rappresenti l'obiettivo dell'agente in questione, egli non effettuerà sforzo.

Vediamo quindi le condizioni necessarie nelle funzioni affiché non esista *free-riding*.

Risultati.

- Se sono rispettate la (1) e la (2) l'equilibrio di Nash è $\left\{e_i^{CL}, e_{-i}^{CL}\right\}$.
- Se NON sono rispettate NE' la (1), NE' la (2) l'equilibrio di Nash è $\left\{e_i^{NC}, e_{-i}^{NC}\right\}$.
- Se non è rispettata la (1), ma è rispettata la (2) si hanno i due equilibri misti nell'one-shot, i quali tendono alla cooperazione nei casi da "Folk-theorem".

5 Soluzione centralizzata

Analizziamo in questo paragrafo il problema centralizzato, in cui "la cooperativa" massimizza la somma delle utilità dei singoli componenti e sceglie il livello di sforzo ottimo di ciascuno degli I soci.

Il problema della cooperativa è il seguente:

$$\max_{\{e_i\}} \sum_{i=1}^{I} \left[u_i\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}\right] - c_i\left(e_i\right)\right]$$

$$s.t. \begin{cases} u_i\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}\right] - c_i\left(e_i\right) \geq U_R^i, & \forall i \quad VP_i \\ u_i\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I} \square\right] - c_i\left(e_i\right) \geq u_i\left[y\left(e_i\right)\right] - c_i\left(e_i\right), & \forall i \quad VC_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial e_i} \quad \frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}\Bigg] - c_i'\left(e_i\right) \geq 0, & \forall i \quad VNFR_i \end{cases}$$

Dove VP_i è il vincolo di partecipazione per l'individuo i; VC_i è il vincolo di cooperazione per l'individuo i e $VNFR_i$ è il vincolo di *no-free-riding* per l'individuo i.

Poiché ciascuno dei tre vincoli esiste per ognuno degli I individui, nella costruzione del Lagrangiano, si dovrà considerare la sommatoria per i che va da 1 a I di ciascun vincolo:

$$
\begin{aligned}
L &= \sum_{i=1}^{I}\left[u_i\left[\frac{y(\sum_{i=1}^{I} e_i)}{I}\right]-c_i\left(e_i\right)\right]-\sum_{i=1}^{I}\lambda_i\left\{u_i\left[\frac{y(\sum_{i=1}^{I} e_i)}{I}\right]-c_i\left(e_i\right)-U_R^i\right\}+\\
&\quad+\sum_{i=1}^{I}\nu_i\left\{u_i\left[\frac{y(\sum_{i=1}^{I} e_i)}{I}\right]-c_i\left(e_i\right)-u_i\left[y\left(e_i\right)\right]+c_i\left(e_i\right)\right\}+\\
&\quad+\sum_{i=1}^{I}\mu_i\left\{\frac{\partial u_i}{\partial e_i}\left[\frac{y\left(\sum_{i=1}^{I} e_i\right)}{I}\right]-c_i'\left(e_i\right)\right\}
\end{aligned}
$$

Ponendo $y(\sum_{i=1}^{I} e_i)=Y$, la condizione del primo ordine rispetto allo sforzo è:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial e_i} &: \sum_{j=1}^{I}\left(1+\lambda_j\right)\Bigg[\frac{\partial u_j}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y\left(\sum_i e_i\right)}{\partial e_i}\right)\Bigg]-\left(1+\lambda_i\right)c_i'\left(e_i\right)+\\
&\quad+\sum_{j=1}^{I}\nu_j\Bigg[\frac{\partial u_j}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y\left(\sum_i e_i\right)}{\partial e_i}\right)\Bigg]-\nu_i\left[u_i'y_i'\left(e_i\right)\right]+\\
&\quad+\left\{\sum_{j=1}^{I}\mu_j\Bigg[\frac{\partial^2 u_j}{\partial Y^2}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)+\frac{\partial^2 Y}{\partial e_i^2}\frac{\partial u_j}{\partial Y}\Bigg]-\mu_i c_i''\left(e_i\right)\right\}=0
\end{aligned}
$$

dove il primo termine mostra la somma dei vantaggi marginali forniti dallo sforzo del singolo, rispetto al costo marginale dello sforzo singolo; il secondo termine mostra la somma dei vantaggi marginali forniti dallo sforzo del singolo, rispetto al vantaggio di lavorare da solo; il terzo termine, infine, mostra l'incremento/decremento del vantaggio marginale nell'aumentare lo sforzo personale, ovvero la condizione necessaria, affinché il *free-riding* non sia vantaggioso.

Relativamente al terzo termine sono necessarie alcune considerazioni sul segno. Si osservi, innanzitutto, che:

$$
\begin{aligned}
\mathit{segno}\left\{\sum_{j=1}^{I}\mu_j\Bigg[\frac{\partial^2\left(u_j\right)}{\partial Y^2}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right)+\frac{\partial^2 Y}{\partial e_i^2}\frac{\partial u_j}{\partial Y}\Bigg]-\mu_i c_i''\left(e_i\right)\right\} &=\\
=\mathit{segno}\{u''Y'+u'Y''-c_i''\}
\end{aligned}
$$

E' pertanto importante verificare se domina la forma della funzione di utilità o se domina la forma della funzione di produzione.

In particolare:

CASO I: la concavità della funzione di utilità e/o della funzione di produzione (ipotesi di rendimenti di scala decrescenti) è dominante

$$\Longrightarrow \exists \text{ un massimo e il segno del termine è negativo}$$

CASO II: la concavità della funzione di utilità domina sulla convessità della funzione di produzione (ipotesi di rendimenti di scala POCO crescenti)

$\Longrightarrow \exists$ un massimo e il segno del termine è negativo

CASO III: la convessità della funzione di produzione domina sulla concavità della funzione di utilità (ipotesi di rendimenti di scala MOLTO crescenti)

$\Longrightarrow$ l'ottimo è illimitato (è dato dalla massima dotazione di sforzo di ciascun individuo) e il segno del termine è positivo.

Dati i parametri per

$$\{u_i(.), Y(.), I, c_i\}_{i=1}^{I}$$

il sistema delle $4 \times I$ condizioni del primo ordine

$$\begin{cases} \partial L/\partial e_i = 0, & \#I \\ \partial L/\partial \lambda_i = 0, & \#I \\ \partial L/\partial \nu_i = 0, & \#I \\ \partial L/\partial \mu_i = 0, & \#I \end{cases}$$

risolve l'insieme delle seguenti incognite:

$$\left\{e_i^{CL}, \lambda_i^{CL}, \nu_i^{CL}, \mu_i^{CL}\right\}_{i=1}^{I}$$

Essendo il problema simmetrico, il vettore è costante al variare di i.

Naturalmente al variare dei parametri varia l'efficacia dei vincoli.

Riscriviamo la condizione del primo ordine rispetto allo sforzo nel seguente modo:

$$\frac{\partial L}{\partial e_i} : \left\{(1+\lambda_i+\nu_i)\ \square \frac{\partial u^i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y\left(\sum_i e_i\right)}{\partial e_i}\right)\right] + \mu_i\ \square\left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial Y^2}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right) + \frac{\partial^2 Y}{\partial e_i^2}\frac{\partial u_j}{\partial Y}\right) - c_i''(e_i)\right]\right\} + \tag{4}$$

$$+\left\{\sum_{j\neq i}(1+\lambda_j+\nu_j)\ \square \frac{\partial u^j}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y\left(\sum_i e_i\right)}{\partial e_i}\right)\right] + \sum_{j\neq i}^{I}\mu_j\ \square \frac{\partial^2 u_j}{\partial Y^2}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y}{\partial e_i}\right) + \frac{\partial^2 Y}{\partial e_i^2}\frac{\partial u^j}{\partial Y}\right]\right\} =$$

$$= (1+\lambda_i)\, c_i'(e_i) + \left\{\nu_i \frac{\partial u^i}{\partial y}\frac{\partial y(e_i)}{\partial e_i}\right\}$$

I termini di sinistra rappresentano:

1. il $BMA(e_i)$ singolo $+\ \Delta BMA(e_i)$, il quale sarà positivo in rendimenti crescenti dominanti e negativo in rendimenti decrescenti dominanti; nell'ultimo caso andrà a far diminuire le esternalità positive;
2. la somma dei $BMA_{-i}(e_i)$ e dei $\Delta BMA_{-i}(e_i)$ di tutti gli altri, ovvero le esternalità positive dello sforzo singolo;

I termini a destra:

1. il costo marginale dell'individuo $CMA_i(e_i)$
2. il valore di lavorare in autarchìa (si ricordi che tale termine non può essere inserito, se l'ottimizzazione è convessa, perché non sarebbe comunque soddisfatto).

Si distinguono tre casi.

I disegni sono stati effettuati utilizzando le seguenti funzioni

$$u(.) = (.)^{\alpha}\,, \quad y\,(.) = (.)^{\beta}\,, \quad c(e_i) = e_i^{\gamma}$$

e dunque $u\,(y(.)) = (.)^{\alpha\beta}$.

Per ognuno dei tre casi vengono presentati due tipi di grafici:

(i) il grafico della derivata, che evidenzia la soluzione;

(ii) l'esplicitazione della (4) come:

- $BMA\,(e_i)$ singolo + $\Delta BMA\,(e_i)$ singolo $\rightarrowtail$ segno continuo leggero
- [$BMA\,(e_i)$singolo+$\Delta BMA\,(e_i)$singolo + (esternalità)] $\rightarrowtail$ segno continuo marcato,
- $CMA_i\,(e_i)$ $\rightarrowtail$ segno tratteggiato leggero
- $CMA_i\,(e_i)$ + costo opportunità dal lavorare da soli $\rightarrowtail$ segno tratteggiato marcato.

6 Implicazioni da rendimenti di scala

6.1 Caso I: Rendimenti di scala decrescenti (RSD).

Nel caso di rendimenti di scala decrescenti il vincolo di cooperazione non è soddisfatto, dunque il relativo moltiplicatore langrangiano sarà nullo alla soluzione $\{\nu_i = 0, \forall i\}$.

Il vincolo di *no-free-riding* non è soddisfatto, pertanto il relativo moltiplicatore lagrangiano sarà nullo alla soluzione $\{\mu_i = 0, \forall i\}$. In caso di non perfetta osservabilità è sempre possibile aggiungere al problema il contratto di Holmstrom, dove le quote fisse siano state stabilite secondo le soluzioni determinate da questo problema.

Il beneficio marginale del singolo è decrescente, mentre il costo marginale è crescente (fig. 1a)

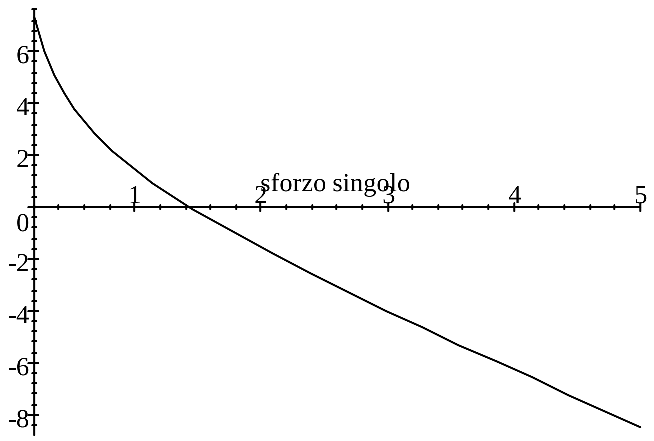

Fig. 1: RSD ($\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 2, I = 3$)

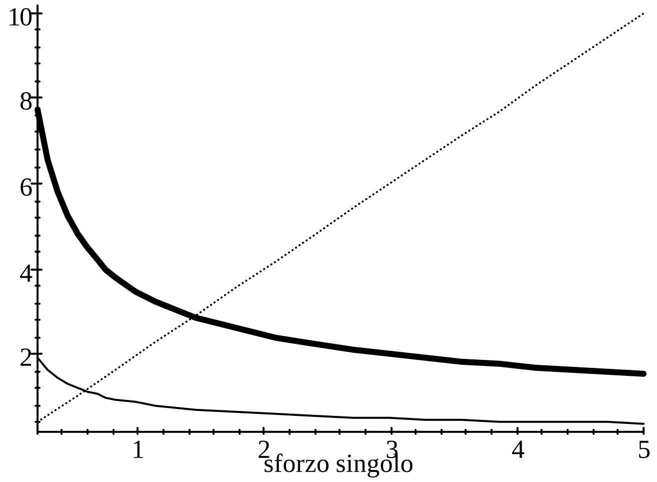

Fig. 1a: RSD $(\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 2, I = 3)$

La curva del beneficio marginale singolo viene traslata verso l'alto per effetto delle esternalità. In corrispondenza dell'intersezione con la curva del costo marginale il livello ottimo di sforzo collettivo.

Come si evince dalla fig.1a, in corrispondenza del livello di sforzo socialmente ottimo:

$$BMA\,(e_i)\,singolo \,\square\, CMA_i\,(e_i)$$

ed inoltre il beneficio marginale singolo è decrescente.

"La cooperativa" internalizzando le esternalità positive derivanti dallo sforzo del singolo individuo, lo spinge ad erogare uno sforzo maggiore rispetto a quello che sceglie individualmente. Tuttavia l'erogazione di tale livello di sforzo manda l'individuo in passivo (al margine) e, peraltro, lo sforzo socialmente ottimo si determina in un'area in cui il beneficio marginale singolo è decrescente. Pertanto, l'erogazione del livello di sforzo socialmente ottimo non sarà mai spontanea, e l'individuo, se obbligato ad entrare nella cooperativa[1], si comporterà da free-rider.

6.2 Caso II: Rendimenti di scala poco crescenti (RSC)

Nel caso di rendimenti di scala poco crescenti il vincolo di *no-free-riding* non è soddisfatto, pertanto il relativo moltiplicatore lagrangiano sarà nullo alla soluzione $\{\mu_i = 0, \forall i\}$. Vale la stessa considerazione di cui sopra a proposito del contratto di Holmstrom.

In questo caso sia il beneficio marginale singolo che il costo marginale singolo sono crescenti, tuttavia, la convessità della funzione del costo marginale domina sulla concavità della funzione del beneficio marginale (fig. 2a).

Come si ricava dal confronto tra le figure 1 e 2 il livello di sforzo socialmente ottimo è maggiore in presenza di rendimenti di scala crescenti.

[1] Si ricordi, infatti, che in ipotesi di rendimenti di scala decrescenti all'individuo non conviene partecipare ad un accordo cooperativo.

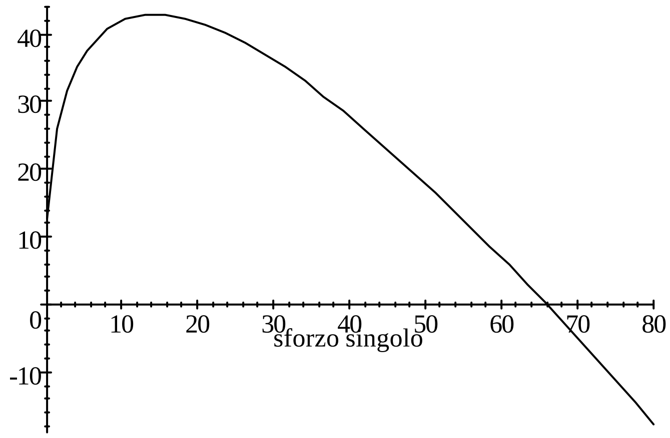

Fig. 2: RSC $(\alpha = 0.7, \beta = 2, \gamma = 2, I = 3)$

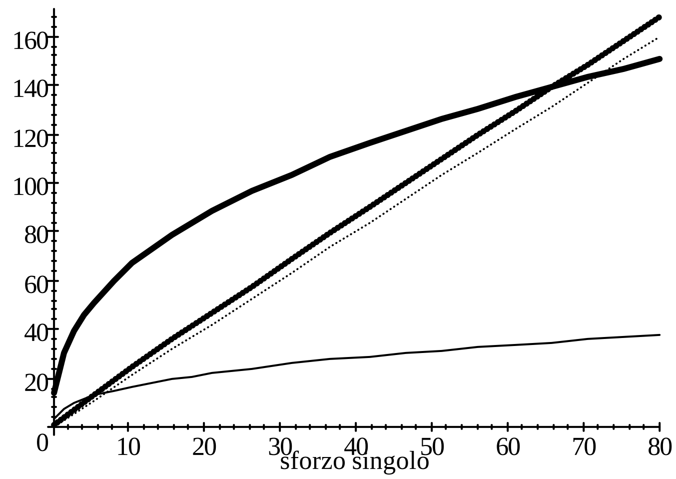

Fig. 2a: RSC $(\alpha = 0.7, \beta = 2, \gamma = 2, I = 3)$

Sia la curva del beneficio marginale singolo che la curva del costo marginale singolo vengono traslate verso l'alto, la prima per effetto delle esternalità e la seconda per effetto del costo opportunità da lavorare da soli. In corrispondenza dell'intersezione tra le due curve traslate si ha il livello ottimo di sforzo collettivo.

Come si ricava dalla fig. 2a, anche in presenza di rendimenti di scala poco crescenti in corrispondenza del livello di sforzo socialmente ottimo si verifica:

$$BMA\,(e_i)\,singolo \;\square\; CMA_i\,(e_i) + (costo \quad opportunità \quad lavorare \quad soli)$$

sebbene il beneficio marginale singolo sia crescente.

Pertanto, anche nel caso di rendimenti di scala poco crescenti lo sforzo richiesto dalla "cooperativa" al singolo è maggiore di quello che egli sceglie individualmente. Sebbene i rendimenti di scala determino un miglioramento del beneficio marginale del singolo all'aumentare del livello di sforzo, non risultano in questo caso sufficientemente crescenti per determinare l'uguaglianza tra sforzo socialmente ottimo e sforzo individualmente ottimo.

6.3 Caso III: Rendimenti di scala molto crescenti (RSMC)

Nel caso di rendimenti di scala molto crescenti sia il beneficio marginale singolo che il costo marginale singolo sono crescenti, e la convessità della funzione del beneficio marginale domina sulla convessità della funzione del costo marginale (fig. 3a). Questo è l'unico caso per il quale tutti i vincoli sono rispettati alla soluzione, la cooperazione è dunque spontanea.

La condizione (1) è certamente soddisfatta nel caso III, ovvero in presenza di rendimenti di scala molto crescenti e superiori rispetto ai costi marginali e può essere rispettata nel caso II, ovvero in presenza di rendimenti di scala solo crescenti.

La soluzione ottima riportata in fig. 3 rappresenta il livello minimo di sforzo collettivo al di sotto del quale la cooperativa peggiora la sua posizione.

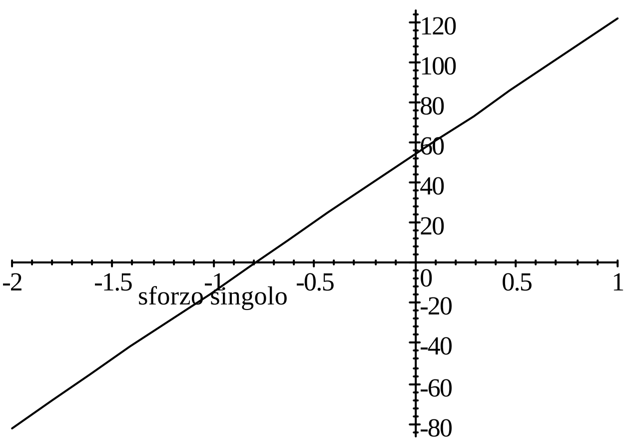

Fig. 3: RSMC ($\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 2, I = 3$)

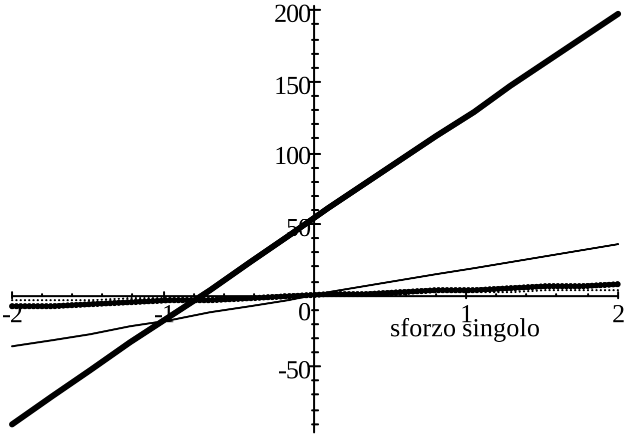

Fig. 3a: RSMC ($\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 2, I = 3$)

Come si ricava dalla fig. 3a, nel caso di rendimenti di scala molto crescenti, in corrispondenza di qualsiasi livello di sforzo positivo, si verifica:

$$BMA\left(e_i\right) singolo + \Delta BMA\left(e_i\right) singolo \geq CMA_i\left(e_i\right) + \left(costo \quad opportunit\grave{a} \quad lavorare \quad soli\right)$$

In presenza di rendimenti di scala molto crescenti la scelta dell'individuo è sempre quella di erogare la massima dotazione di sforzo.

7 Soluzione decentralizzata

In questa sezione viene analizzata la scelta ottima dell'individuo all'interno della cooperativa, data la scelta ottima degli altri. Il problema del singolo individuo all'interno della cooperativa è il seguente:

$$\max_{\{e_i\}} u_i \left[\frac{y\left[e_i + \sum_{j \neq i}^{I} e_j^*\right]}{I}\right] - c_i\left(e_i\right)$$

$$s.t. \begin{cases} u_i \left[\frac{y\left[e_i + \sum_{j \neq i}^{I} e_j^*\right]}{I}\right] - c_i\left(e_i\right) \geq U_R^i, & VP_i \\ u_i \left[\frac{y\left[e_i + \sum_{j \neq i}^{I} e_j^*\right]}{I}\right] - c_i\left(e_i\right) \geq u_i\left[y\left(e_i\right)\right] - c_i\left(e_i\right), & VC_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial e_i}\left(\frac{y\left(e_i + \sum_{j \neq i}^{I} e_j^*\right)}{I}\right) - c_i'\left(e_i\right) \geq 0, & VNFR_i \end{cases}$$

Egli massimizza la sua funzione di utilità il cui argomento, $\frac{y\left[e_i + \sum_{j \neq i}^{I} e_j^*\right]}{I}$, è dato dalla remunerazione che riceve in quanto socio della cooperativa.

Il Lagrangiano del problema decentralizzato è:

$$
\begin{aligned}
L &= \left[u_i\left[\frac{y\left[e_i+\sum_{j\neq i}^{I}e_j^*\right]}{I}\right]-c_i\left(e_i\right)\right]-\lambda_i\left\{u_i\left[\frac{y\left[e_i+\sum_{j\neq i}^{I}e_j^*\right]}{I}\right]-c_i\left(e_i\right)-U_R^i\right\}+\\
&\quad+\nu_i\left\{u_i\left[\frac{y\left[e_i+\sum_{j\neq i}^{I}e_j^*\right]}{I}\right]-c_i\left(e_i\right)-u_i\left[y\left(e_i\right)\right]+c_i\left(e_i\right)\right\}+\\
&\quad+\mu_i\left\{\frac{\partial u_i}{\partial e_i}\left[\frac{y\left[e_i+\sum_{j\neq i}^{I}e_j^*\right]}{I}\right]-c_i'\left(e_i\right)\right\}
\end{aligned}
$$

L'unico elemento di diversità rispetto al problema centralizzato è che non compaiono più i termini esternalità. Ovvero, le esternalità non sono percepite dal singolo individuo. Dalla condizione del primo ordine rispetto allo sforzo otteniamo:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial e_i}:\left(1+\lambda_i+\nu_i\right)\left[\frac{\partial u_i}{\partial Y}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y\left(e_i+\sum_{j\neq i}^{I}e\right)}{\partial e_i}\right)\right]+\\
&+\mu_i\left\{\left[\frac{\partial^2\left(u_i\right)}{\partial Y^2}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial Y\left[e_i+\sum_{j\neq i}^{I}e_j^*\right]}{\partial e_i}\right)+\frac{\partial^2 Y\left[e_i+\sum_{j\neq i}^{I}e_j^*\right]}{\partial e_i^2}\frac{\partial u_i}{\partial Y}\right]-c_i''\left(e_i\right)\right\}\\
&\qquad\qquad=\left(1+\lambda_i\right)c_i'\left(e_i\right)+\left\{\nu_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\frac{\partial y\left(e_i\right)}{\partial e_i}\right\}
\end{aligned}
$$

I termini di sinistra rappresentano:

1. il $BMA\left(e_i\right)$ singolo + $\Delta BMA\left(e_i\right)$, il quale sarà positivo in rendimenti crescenti dominanti e negativo in rendimenti decrescenti dominanti; nell'ultimo caso andrà a far diminuire le esternalità positive;

   A destra

2. il costo marginale dell'individuo i ($CMA(e_i)$);

3. il costo opportunità di non lavorare in autarchia (nullo in ipotesi di rendimeti di scala decrescenti).

Dati i parametri per

$$\left\{u_i\left(.\right), Y\left(.\right), I, c_i\right\}_{i=1}^{I}$$

il sistema delle $4\times I$ condizioni del primo ordine

$$\left\{\begin{array}{l}\partial L/\partial e_i=0,\\ \partial L/\partial\lambda_i=0,\\ \partial L/\partial\nu_i=0,\\ \partial L/\partial\mu_i=0,\end{array}\right.\qquad\forall i$$

risolve l'insieme delle seguenti incognite:

$$\left\{e_i^{NC},\lambda_i^{NC},\nu_i^{NC},\mu_i^{NC}\right\}_{i=1}^{I}$$

Essendo il problema simmetrico, il vettore è costante al variare di i.

Naturalmente al variare dei parametri varia l'efficacia dei vincoli.

1. Anche nel problema decentralizzato si distinguono i tre casi. L'equilibrio decentralizzato, soluzione al problema di cui sopra, ovvero il livello ottimo di sforzo scelto dall'individuo i, dato il comportamento degli altri individui all'interno della cooperativa, è dato dal punto di intersezione tra la curva $BMA_i + \Delta BMA_i$ e la curva $CMA_i + Costo.autarchia$.

Caso I: rendimenti di scala decrescenti (figura 1a).

Nel caso di rendimenti di scala decrescenti il vincolo di cooperazione non è soddisfatto, dunque il relativo moltiplicatore langrangiano sarà nullo alla soluzione $\{\nu_i = 0, \forall i\}$.

Il vincolo di *no-free-riding* non è soddisfatto, pertanto il relativo moltiplicatore lagrangiano sarà nullo alla soluzione $\{\mu_i = 0, \forall i\}$.

Caso II: rendimenti di scala poco crescenti (figura 2a)

Nel caso di rendimenti di scala poco crescenti il vincolo di *no-free-riding* non è soddisfatto, pertanto il relativo moltiplicatore lagrangiano sarà nullo alla soluzione $\{\mu_i = 0, \forall i\}$.

Caso III: rendimenti di scala molto crescenti (figura 3a)

Questo è l'unico caso per il quale tutti i vincoli sono stringenti alla soluzione, la cooperazione è dunque spontanea.

8 Livello di sforzo in funzione dei rendimenti di scala

Obiettivo del presente paragrafo è analizzare la relazione che sussiste tra i livelli di sforzo socialmente ed individualmente ottimi ed i rendimenti di scala della funzione di produzione.

Utilizzando le funzioni già adottate per i disegni dei paragrafi precedenti:

$$u(.) = (.)^{\alpha}, \quad y(.) = (.)^{\beta}, \quad c(e_i) = e_i^{\gamma}$$

studiamo la funzione

$$e_i^{NC}(\beta \mid parametri), \text{ per } \begin{cases} \beta > \gamma \\ \beta < \gamma \end{cases}$$

Al fine di analizzare l'andamento delle soluzioni ottime in funzione dei rendimenti (β), abbiamo posto $\alpha = 0.8$, $\gamma = 2$ ed abbiamo considerato due casi per $I = 5$ e per $I = 10$, in modo da verificare il comportamento delle funzioni all'aumentare del numero di individui che fanno parte della cooperativa.

Vengono presentati due tipi di grafici, uno per $\beta < \gamma = 2$ ed uno per $\beta > \gamma = 2$. In ciascuno dei due grafici vengono riportate le seguenti funzioni:

- la funzione $e_i^{NC}(\beta \mid I = 5)$ (segno tratteggiato leggero)$e_i(\beta \mid I)$
- la funzione $e_i^{CL}(\beta \mid I = 5)$ (segno continuo leggero)
- la funzione $e_i^{NC}(\beta \mid I = 10)$ (segno tratteggiato marcato)
- la funzione $e_i^{CL}(\beta \mid I = 10)$ (segno continuo marcato)

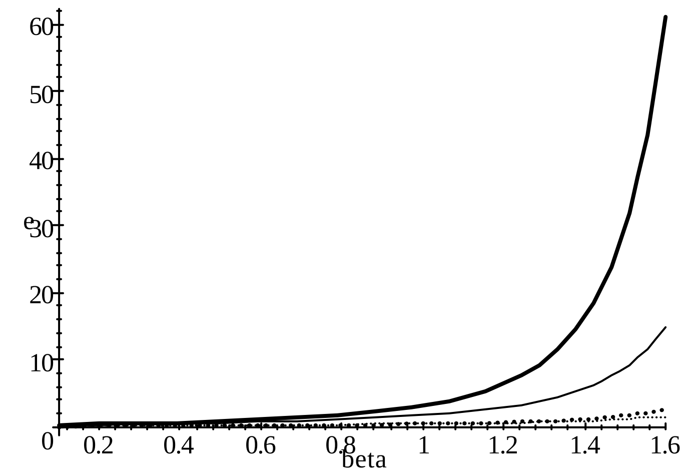

Fig. 4: $\beta < \gamma = 2$

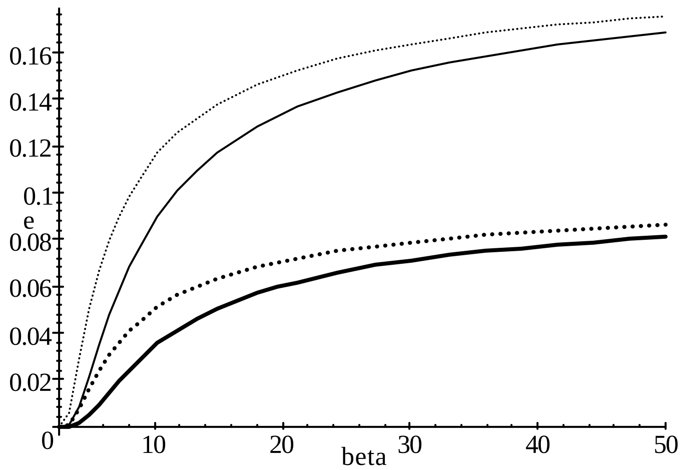

Fig. 5: $\beta > \gamma = 2$

Nella fig. 4 ($\beta < \gamma = 2$) sono rappresentati i casi di rendimenti di scala decrescenti e poco crescenti. Come è evidente dal grafico, sia la soluzione di Nash che la soluzione centralizzata sono crescenti in funzione dei rendimenti, e la soluzione centralizzata è sempre maggiore della soluzione di Nash. Inoltre, all'aumentare del numero di individui le curve ruotano verso l'alto, facendo aumentare, ceteris paribus, il livello di sforzo ottimo sia individuale che sociale.

Nella fig. 5 ($\beta > \gamma = 2$) è rappresentato il caso di rendimenti di scala molto crescenti. In questo caso sia la soluzione di Nash che la soluzione centralizzata sono crescenti in funzione dei rendimenti e tendono ad un asintoto per un livello molto elevato di β. Tuttavia, differentemente dal grafico precedente, la soluzione di Nash domina sempre sulla soluzione sociale. Si ricordi, infatti, che nel caso di rendimenti di scala molto crescenti la scelta ottima dell'individuo è sempre quella di erogara la massima dotazione di sforzo. Inoltre, all'aumentare del numero di individui diminuisce il livello di sforzo ottimo sia individuale che sociale. Infatti, in presenza di rendimenti di scala molto crescenti, all'aumentare del numero di individui, è plausibile pensare che sia necessario un livello di sforzo minore da parte di ciascuno per il raggiungimento di ogni livello dato di output.

9 Risultati

Nella situazione di rendimenti di scala decrescenti e di rendimenti di scala comunque dominati dalla concavità della funzione di utilità o dalla convessità della funzione di costo (problema convesso), si ha il risultato tradizionale per il quale lo sforzo ottimo richiesto dalla collusione è maggiore dello sforzo ottimo del singolo, ovvero:

$$e_i^{NC} < e_i^{CL}$$

In RSD e_i^{CL} è tale che

$$BMA(e_i^{NC}) \geq BMA(e_i^{CL})$$

In rendimenti di scala "poco" crescenti

$$BMA(e_i^{NC}) \square BMA(e_i^{CL})$$

ma la crescita più che proporzionale del costo marginale rende comunque il beneficio marginale netto in collusione inferiore al caso di non collusione (infatti il termine di destra diventa negativo).

$$BMA(e_i^{NC}) - CMA(e_i^{NC}) \geq BMA(e_i^{CL}) - CMA(e_i^{CL})$$

In rendimenti di scala molto crescenti (RSMC) la situazione è completamente ribaltata. La soluzione di ottimo è illimitata, la funzione di beneficio marginale netto cresce approssimativamente in

$$\frac{\partial\left[BMA(e_i) - CMA(e_i)\right]}{\partial e_i} \approx e_i^{\alpha\beta-\gamma}$$

e risulta

$$e_i^{NC} < e_i^{CL}$$

$$BMA(e_i^{NC}) \square BMA(e_i^{CL})$$

$$BMA(e_i^{NC}) - CMA(e_i^{NC}) \square BMA(e_i^{CL}) - CMA(e_i^{CL})$$

10 Conclusioni

L'analisi condotta nei precedenti paragrafi ci consente di trarre alcune conclusioni sul ruolo che la tecnologia, espressa in termini di rendimenti di scala crescenti e decrescenti svolge nel favorire il comportamento collusivo e nell'evitare il comportamento da free rider da parte dei soci di una cooperativa.

Gli studi finora condotti sul problema in produzioni di squadra si muovono in un contesto di economie convesse e di rendimenti di scala decrescenti. L'obiettivo proposto è verificare se l'ipotesi di rendimenti crescenti della funzione di produzione è in grado di fornire i giusti incentivi, affinchè la strategia ottima per tutti i soci di una cooperativa sia quella di cooperare, anche in assenza di monitoraggio. E' stato verificato se esistono e quali sono le condizioni, in termini di rendimenti di scala della funzione di produzione, affinchè la strategia ottima scelta da ciascun socio sia quella di cooperare.

Si sono distinti tre diversi casi, in relazione alle ipotesi fatte sul tipo di rendimenti se decrescenti, crescenti o molto crescenti.

Nel primo caso l'ipotesi di rendimenti decrescenti non incentiva l'individuo neppure a partecipare alla cooperativa. Infatti, il guadagno che egli percepisce in quanto socio della cooperativa, dato dal prodotto medio, è inferiore rispetto al guadagno che percepisce lavorando in autarchia. Pertanto, se anche egli fosse obbligato ad accettare un accordo cooperativo, la strategia ottima sarebbe quella di non colludere.

Nel caso di rendimenti poco crescenti la strategia di lavorare in squadra domina la strategia di autarchìa, ma non è robusta nell'evitare la deviazione. L'equilibrio decentralizzato domina l'equilibrio centralizzato, socialmente ottimo.

Nel terzo caso, infine, l'ipotesi di rendimenti molto crescenti della funzione di produzione rende sempre ottimale cooperare, qualunque sia il comportamento scelto dagli altri individui. L'equilibrio socialmente ottimo domina l'equilibrio decentralizzato.

References

[1] Demski J. S. and D. E. M. Sappington (1991), "Resolving Double Moral Hazard Problems with Buyout Agreements", *Rand Journal of Economics*, vol. 22, n.2, pp.432-240

[2] Eswaran M. and A. Kotwal (1984), "The Moral Hazard of Budget-Breaking", *Rand Journal of Economics*, vol. 15, n.4, pp.578-581

[3] Holmström B. (1982), "Moral Hazard in Teams", *Bell Journal of Economics,* vol. 13, pp. 324-340.

[4] Mirrlees J. A. (1999), "The Tehory of Moral Hazard and Unobservable Behaviour: Part I" *Economic Studies*, vol. 66, pp. 3-22

[5] Rasmusen E. (1987), "Moral Hazard in Risk-Averse Teams", *Rand Journal of Economics*, vol. 18, n.3 pp.428-435

[6] Rogerson W. (1985), "Repeated Moral Hazard", *Econometrica*, vol. 53, pp. 69-76

[7] Vanek J.(1970), *The General Theory of Labour Manged Market Economies*, Ithaca (N.Y.), Cornell University Press